

PROBLEMLÖSNINGSSTRATEGIER

Rita en bild

Rina står i kö för att köpa biobiljett. Hon står som nummer fyra framifrån och som nummer fem bakifrån. Hur många står i kön?

	Bak	Fram
Kön:	0000R000	
	12345	(5 bakifrån)
	4321	(4 framifrån)

Svar: Det står 8 personer i kön.

A1. Mustafa står på en steg och målar. Han står på åttonde pinnen nerifrån och på den femte pinnen uppför. Hur många pinnar har stegen?

A2. Längs en gångväg står sex lyktstolpar på rad. Från den första till den sista lyktstolpen är det 30 m. Hur långt är det mellan två stolpar om det är samma avstånd mellan alla stolparna?

A3. Jessica och Josefin åker hiss. Först åker de upp fyra våningar. Sedan åker de ner sex våningar. Hissen har då stannat på tredje våningen. På vilken våning startade hissfärden?

A4. Ett tåg är 150 meter långt. Tåget ska åka igenom en tunnel som är 750 m lång. Hur lång sträcka kör tåget från det att det kör in i tunneln till dess att hela tåget är ute igen?

A5. Andrej går hemifrån 1 km rakt söderut och sedan 1 km österut. Därefter går han 2 km norrut och 1 km västerut.
a) Hur långt har Andrej nu hem?
b) I vilken riktning ska han gå för att komma hem?

A6. Runt borden på ett café kan man sitta två på varje långsida och en på varje kortsida. När en grupp arbetskamrater ska fika tillsammans skjuter de ihop fyra bord till ett enda långbord. Då får precis alla plats. Hur många fikade tillsammans?

A7. Runt gräsmattan ska man sätta upp ett staket. Avståndet mellan stolparna ska vara 5 m. Hur många stolpar går det åt?
Gräsmattan har måtten 25m · 15m.

A8. En snigel börjar en måndagsmorgon krypa upp för en brunn som är 12 m djup. På dagen kryper den upp 4 m, men på natten glider den ner 2 m. När kommer snigeln upp ur brunnen?

Gissa och pröva

Tänk på leken "Gissa mitt tal mellan 1 och 100!" - svar får du som "Högre!" eller "Lägre!" tills du gissat rätt. "Grejen" är att varje gång "halvera sökområdet", smarta gissningar som styr mot rätt svar.

Samira har många femkronor och tiokronor. Hon har just nu 100 mynt som sammanlagt är värda 720 kr. Hur många mynt av varje slag har Samira?

Tabell:

5-kronor	10-kronor	Värde	Kommentar
50	50	750kr	för mycket
60	40	700kr	för lite
55	45	725kr	5 kr för mycket
56	44	720kr	stämmer!

Svar: Samira har 56 femkronor och 44 tiokronor.

- Prova olika lösningar med hjälp av en tabell. Förr eller senare hittar du rätt lösning.
- Börja till exempel med att det är hälften femkronor och hälften tiokronor.

B1. Maria och hennes mamma fyller år på samma dag. När Maria fyller 10, blir hennes mamma tre gånger så gammal. Hur gamla är Maria och hennes mamma när mamma är dubbelt så gammal som Maria?

Gör en tabell och pröva dig fram.

Maria	Mamma
10	30

det vi får i uppgiften, 30 är 3 gånger så gammalt som 10

12	32
----	----

vi adderar 2 år på båda - två år har gått. Är 32 dubbelt så gammalt som 12? Nej, fortsätt.

14	34
----	----

Fortsätt...

B2. Två rep är sammanlagt 300 m långa. Det ena repet är tre gånger så långt som det andra. Hur långa är de båda repen? Prova dig fram med hjälp av en tabell.

Rep1	Rep2
200m	100m

Ena repet är längre än det andra. Enklaste att gissa är 200m och då blir "resten" 100 (300 - 200). Är 200m tre gånger så stort som 100? Nej, fortsätt gissa.

210m	90m
------	-----

Vi lägger till 10m på det långa repet, vilket gör att vi måste dra bort 10m från det korta (eftersom hela repet är 300 m). Är 210m tre gånger så stort som 90 meter? Nej, fortsätt gissa.

B3. Elin har fyra gånger så många kaniner som Marit. Sammanlagt har de 40 kaniner. Hur många kaniner har var och en?

Marit	Elin	Sammanlagt
3	12	15

Om vi gissar att Marit har 3, måste Elin ha fyra gånger så många, dvs $3 \cdot 4 = 12$. $3 + 12$ är 15, men inte 40 som vi ska ha.

4	16	20
---	----	----

Stämmer ej, fortsätt gissa.

B4. I ett rum finns tre ringklockor. Den ena ringer var 3:e minut, den andra var 4:e minut och den tredje var 8:e minut. Klockan 12.00 ringer alla tre klockor samtidigt. Hur mycket är klockan när alla tre klockorna ringer samtidigt nästa gång?

Klocka 1	12.03	12.06	12.09
Klocka 2	12.04	12.08	12.12
Klocka 3	12.08	12.16	12.24

B5. Summan av två tal är 45. Det ena talet är 9 större än det andra. Vilka är de två talen?

B6. I en hage går ett antal kor och gäss. Sammanlagt har djuren 50 huvuden och 144 ben. Hur många djur är det av varje sort?

Kor	Gäss	Huvuden	Ben
1	49	50	102
2	48	50	104
3	...	...	...

B7. Två plantor växer bredvid varandra. Den ena plantan är 12 cm lång och växer med 3 cm varje dygn. Den andra plantan är 20 cm lång och växer med 2 cm varje dygn. Hur många dygn dröjer det innan de båda plantorna är lika långa?

B8. I en stor djurpark finns både kameler och dromedarer. Sammanlagt har djuren 44 pucklar och 112 ben. Hur många djur är det av varje slag? En kamel har två pucklar och en dromedar en puckel.

Hitta mönster

Vilken är nästa figur i denna serie, och hur många kvadrater har den?



Svar:

Mönstret är

$$1 \cdot 1 = 1, 2 \cdot 2 = 4, 3 \cdot 3 = 9, 4 \cdot 4 = 16 \rightarrow 5 \cdot 5 = 25$$

Exempel:

Vilket är nästa tal i serien 1 2 4 7 11 16?

Titta skillnaden mellan två tal:

$$1 (+1) 2 (+2) 4 (+3) 7 (+4) 11 (+5) 16$$

Nästa tal borde bli 22, eftersom $16 (+6) = 22$

C1. Lista ut hur talen hänger ihop. Vilket är nästa tal?

7 14 21 28 35 [?]

100 97 94 91 88 [?]

C2. Vilken är nästa bokstav?

a) A C E G I [?]

b) A B D G K [?]

C3. Med 13 tändstickor kan man bygga fyra kvadrater på det sätt som **bild H** visar. Hur många tändstickor behövs för att bygga:

a) 5 kvadrater? b) 6 kvadrater? c) 7 kvadrater?

C4. Hur kommer nästa figur se ut? Se **bild K**!

C5. Vilket tal saknas i den här talföljden?

56 48 40 [?] 24 16

C6. På **bild L** är vissa rutor röda. Vilket är mönstret?

Vilka rutor ska vara röda i den sista figuren?

C7. Försök lista ut hur talen här nedanför hänger ihop. Vilka är de nästa två talen?

1 1 2 3 5 8 [?] [?]

C8. Hur kommer nästa kvadrat se ut i serien utifrån **bild M**?

Arbeta bakifrån

Att arbeta bakifrån är ibland en bra metod när man ska lösa ett problem. Så kan det till exempel vara när man ska ta sig igenom en labyrint. Det är ofta lättare att börja vid målet och sedan arbeta sig bakåt mot startpunkten.

Exempel:

En brandman står en bit upp på en hög steg. Han klättrar först upp 7 steg. Men däruppe är hettan så stark att han måste klättra ner 12 steg. Efter en stund klättrar brandmannen 10 steg uppåt igen och hamnar då på steg nummer 23 nerifrån. På vilket steg stod brandmannen i början av den här beskrivningen?

$23 - 10 = 13$ (räkna baklänges. Från steg 23 blir 10 steg upp 10 steg ner)

$13 + 12 = 25$ (12 steg ner blir 12 steg upp)

$25 - 7 = 18$ (7 steg upp blir 7 steg ner)

Svar: Brandmannen stod på steg nummer 18 från början.

D1. Wilma och Mika åker hiss i ett höghus. De åker först upp fem våningar, sedan ner sju våningar och till slut upp nio våningar. Hissen har då stannat på tolfte våningen. På vilken våning startade Wilma och Mika?

D2. En av världens högsta byggnader är järnvägs(!)tornet i Toronto (*CN Tower = Canadian National (Railway Company) Tower*). Det är 252 m högre än Eiffeltornet i Paris. Eiffeltornet är 146 m högre än Kaknästornet i Stockholm. Det är i sin tur 49 m högre än Stockholm stadshus. Stockholms stadshus är 106 m högt. Hur högt är CN Tower i Toronto?

D3. Rami tänker på ett tal. Han multiplicerar talet med 5 och adderar sedan med 20. När han sedan dividerar sitt nya tal med 5 får han 16. Vilket tal tänkte Rami på från början?

D4. Julia går hemifrån 1 km rakt framåt. Hon svänger sedan och går 1 km västerut. Sedan går hon 2 km söderut, 1 km österut och avslutar med att gå 1 km norrut för att komma hem. I vilket väderstreck gick Julia i början?

D5. Darin, Alicia, Boris och Cajsa sitter på en bänk. Först byter Alicia plats med Cajsa. Sedan byter Cajsa plats med Boris. Då sitter de fyra i den här ordningen.

Boris - Cajsa - Alicia - Darin.

I vilken ordning satt de fyra i början?

D6. I en fruktskål finns det fyra sorters frukt. Hälften av frukterna är clementiner. Det finns dubbelt så många äpplen som päron. Det finns lika många bananer som päron. I skålen finns det tre bananer. Hur många frukter av varje sort ligger det i fruktskålen?

D7. Vilket tal saknas i den här talföljden?

1 [?] 4 7 11 18 29 47

D8. Fem syskon konstaterar att:

Ann + Magnus = 75 år

David + Ann = 85 år

Erik + David = 75 år

Ann + Carolina = 65 år

Erik + Ann + Carolina = 100 år

Hur gammal är var och en?

Steg för steg

Dela upp problemet i oberoende delproblem, lägg sedan ihop dellösningarna!

Ibland kan ett problem kännas omfattande och svårt. En bra metod kan då vara att lösa problemet steg för steg. Genom att ta ett steg i taget blir problemet ofta lättare att lösa. Låt oss titta på ett exempel:

Titta på **bild A**! På hur många sätt kan man ta sig från A till B, om man bara får förflytta sig nedåt och till höger?

Börja med att räkna ut på hur många sätt du kan ta dig från A till C. Genom att pröva dig fram ser du att det kan ske på 6 sätt. Även från C till B kan du ta dig på 6 olika sätt {ju eg. samma problem med andra bokstäver}

Antalet sätt från A till B är då $6 \cdot 6 = 36$. För varje sätt A-C (6 möjliga) finns det 6 sätt från C-B.

Från A till C: 6 sätt

Från C till B: 6 sätt

Från A till B: $6 \cdot 6$ sätt = 36 sätt

Svar: Man kan ta sig fram på 36 sätt.

E1. Hur många klossar finns det i högen på **bild C**?

E2. I en tidning har första sidan nummer 1 och den sista nummer 32. Hur många siffror sammanlagt har använts för att numrera sidorna?

E3. Det finns oändligt många tal som bara består av en och samma siffra, t.ex. 888 och 55555. Hur många sådana tal finns det som är större än tio men mindre än en miljon?

E4. Tänk dig att du ska bygga en dubbelt så bred och dubbelt så hög trappa som **bild F**. Hur många klossar behöver du?

E5. I en kvadrat är alla sidor lika långa. I **bild B** finns många kvadrater. Hur många då?

E6. Mimmi har skrivit ut sin dagbok. Hon numrerar sidorna och har då sammanlagt skrivit 225 siffror. Första sidan har nummer 1. Vilket nummer har den sista sidan?

E7. I en tennisturnering deltar 32 spelare. Spelarna möter varandra två och två. Den som förlorar är utslagen medan vinnaren går vidare till nästa omgång. Sista matchen är finalen mellan två av spelarna. Hur många matcher spelas sammanlagt i turneringen?

E8. Bild E föreställer gator i en stad. Tänk dig att du befinner dig i A och vill gå till B. På hur många sätt kan du gå, om du vill gå kortast möjliga väg?

Tänk logiskt

Ibland går inte ett problem att lösa med någon annan metod än att tänka logiskt. Det hjälper inte att gissa, rita eller prova sig fram. Men ge inte upp. Med logiskt tänkande kanske du hittar lösningen.

Exempel:

Tre tal som är mindre än 10 multipliceras med varandra.

Produkten är 105. Vilka är de tre talen?

$105 = 5 \cdot 21$ (Eftersom 105 slutar på 5 är talet också delbart med 5. $105/5 = 21$. Kvoten är 21. Alltså är $105 = 5 \cdot 21$)

$105 = 5 \cdot 7 \cdot 3$ ($21 = 7 \cdot 3$ {minns multiplikationstabellen baklänges}), alltså är $105 = 5 \cdot 7 \cdot 3$)

Svar: Talen är 3, 5 och 7.

F1. Fyra tal som alla är mindre än 10 multipliceras med varandra. Produkten är 210. Vilka är de fyra talen?

F2. Rebecka köpte ett par sandaler och ett par gymnastikskor. Hon fick betala 930 kr. Gymnastikskorna var 140 kr billigare än sandalerna. Hur mycket kostade sandalerna och hur mycket kostade gymnastikskorna?

F3. I uppställningen betyder X, Y och Z. Vilka siffror då?

X

X

+YY

—

ZZZ

F4. Bild G visar en tärning som är avbildad på tre olika sätt. Vilken bokstav finns mitt emot

a) A b) B c) C

F5. Cirkeln, kvadraten och triangeln betyder samma tal i de tre beräkningarna. Vilka tal då?

$\circ + \square + \triangle = 13$

$\circ + \square - \triangle = 9$

$\square + \triangle = 6$

F6. En tråkloss målas röd runt om. Klossen delas sedan i små klossar på det sätt som **bild D** visar. Hur många av dessa klossar har

a) Inte färg på någon sida

b) Färg på en sida

c) Färg på två sidor

d) Färg på tre sidor

F7. Spelkortet är lagda efter ett visst system. Vilket är det dolda kortet?

3♥ 5♣ 8♦

4♥ 1♣ 5♦

2♥ 7♣ [??]

F8. Med vilken siffra slutar produkten om alla udda tal, mindre än 100, multipliceras med varandra? Förklara hur du tänker.

LEDTRÅDAR / Kommentarer:

A8: När snigeln kommit upp ur brunnen så väntar den inte in natten för att glida ner igen.

B4: De tre tiderna kommer inte att ligga under varandra i tabellen.

Pers kommentar: Ett bättre sätt att illustrera är att utgå från tiden och foga in klockorna, istället för att utgå från klockorna och skriva ner tiderna. Tänk en tidslinje med punkter för när 1,2,3 ringer där x-axeln är klockslagen.

B6:

Pers kommentar: Tanken: Varje gås och varje kor ger ett huvud var. 1 gås ger 2 ben, 1 ko ger 4 ben. Vi utgår från huvudena, de måste vara 50 stycken, så därför måste antal kor och gäss sammanlagt vara 50 djur.

Bra att fundera på är även ytterligheterna:

Kor	Gäss	Huvuden	Ben
0	50	50	100 (bara gäss $50 \cdot 2$ ben)
50	0	50	200 (bara kor $50 \cdot 4$ ben)
25	25	50	150 (hälften kor/gäss $25 \cdot 2$ ben + $25 \cdot 4$ ben)

C1: *Pers kommentar:*

De enklaste ytterligheterna:

1 2 3 4 nästa tal?

1 1 1 1 nästa tal?

1 2 4 8 nästa tal?

10000 1000 100 10 nästa tal?

C6: Det handlar om addition.

Pers kommentar: Binära tal

C7: Det handlar om addition.

Pers kommentar: Fibonaccis serie.

D7: Det handlar om addition.

D8: Det handlar om addition.

E1: Pers kommentar: Man skulle kunna vara elak och säga att det fattas bitar "på baksidan". Vi får anta att så inte är fallet.

E2: Pers kommentar: 1,2,3 osv ger 1 siffra var, 10, 11, 12 osv ger två siffror var.

E3: Pers kommentar: 11 är det första, 999999 är det sista.

E5: Det finns 15 kvadrater som består av en enda ruta. Hur många består av 4 rutor ($2 \cdot 2$) och 9 rutor ($3 \cdot 3$)?

E7: I första omgången spelas 16 matcher. Hur många spelas i de följande omgångarna?

E8: Räkna ut på hur många sätt man kan ta sig till alla gatuhörn.

F3: Tänk på att första bokstaven Z är hundratalssiffra.

F6: Pers kommentar: $3 \cdot 3 \cdot 3$ - kloss, 27 totalt. Hörnklossarna har färg på 3 sidor, t.ex.

F7: Det handlar om addition.

F8: De första udda talen 1, 3, 5, 7 och 9.

